

# Cambridge International AS & A Level

CANDIDATE NAME					
CENTRE NUMBER			CANDIDATE NUMBER		

MATHEMATICS 9709/31

Paper 3 Pure Mathematics 3

October/November 2022

1 hour 50 minutes

You must answer on the question paper.

You will need: List of formulae (MF19)

#### **INSTRUCTIONS**

- Answer all questions.
- Use a black or dark blue pen. You may use an HB pencil for any diagrams or graphs.
- Write your name, centre number and candidate number in the boxes at the top of the page.
- Write your answer to each question in the space provided.
- Do not use an erasable pen or correction fluid.
- Do not write on any bar codes.
- If additional space is needed, you should use the lined page at the end of this booklet; the question number or numbers must be clearly shown.
- You should use a calculator where appropriate.
- You must show all necessary working clearly; no marks will be given for unsupported answers from a calculator.
- Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place for angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

#### **INFORMATION**

- The total mark for this paper is 75.
- The number of marks for each question or part question is shown in brackets [ ].

## **BLANK PAGE**

1	(a)	Sketch t	he grapl	h  of  v =	2x + 1	١.
_	()		0	)		ľ

<b>(b)</b>	Solve the inequality $3x + 5 <  2x + 1 $ .	[3]

2 On a sketch of an Argand diagram shade the region whose points represent complex numbers z satisfying the inequalities  $|z| \le 3$ , Re  $z \ge -2$  and  $\frac{1}{4}\pi \le \arg z \le \pi$ . [4]

2	olve the equation	$11 \angle = 5(3)$	). Give	your ans	wer in the	$\frac{101111}{\ln h}$	where a and	u  v are inte	gers.
						$\Pi U$			[4]
• •	•••••	••••••	••••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••
•									
						•••••			
•	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••
• •				•••••	•••••	•••••		•••••	
•									
• •	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••
• •				•••••	•••••	•••••		•••••	
				•••••	•••••	•••••			
• •	•••••	••••••••••	•••••••••	••••••	•••••••	••••••	••••••	••••••	••••••
• •		••••••	••••••	••••••	•••••	•••••		•••••	••••••
• •						•••••			
• •	••••••	•••••••	•••••••	••••••	••••••	•••••	••••••	••••••	••••••


5

Find $\frac{u^2}{w}$ , giving your answer in the form $re^{i\theta}$ , where $r > 0$ and $-\pi < \theta \le \pi$ . Give the exact value of $r$ and $\theta$ .	es [3]
State the least positive integer $n$ such that both $\operatorname{Im} w^n = 0$ and $\operatorname{Re} w^n > 0$ .	[1]
	of r and θ. [


••••••
 •••••
•••••
••••••
•••••
•••••

Show that $a = \cos^{-1} \left( \sqrt[3]{\frac{\cos a}{\sqrt{1 + \frac{\cos a}{\sqrt{1 + + \frac{\cos a}{1 + + + + + + + + + + + + + + + + + + +$	$\frac{+2a\sin a}{12}$ .	

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •							
•••••		••••••		•••••		••••••	••••••
		•••••		•••••			
•••••		•••••		•••••	•••••••		
	,						
•••••							
••••••		•••••	••••••	•••••	•	•••••	••••••
•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••		••••••	•••••
	ative formulate the result of					e a correct	to 2 de
						e a correct	to 2 dea
places. Giv		of each itera	ntion to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ntion to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ntion to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ntion to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ation to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ation to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ation to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ation to 4 de	cimal places			
places. Giv	e the result o	of each itera	ation to 4 de	cimal places			

8	In a certain chemical reaction the amount, x grams, of a substance is increasing. The differentia
	equation satisfied by $x$ and $t$ , the time in seconds since the reaction began, is

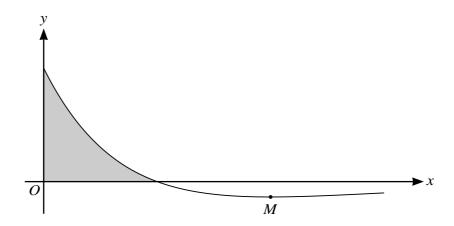
$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = kx\mathrm{e}^{-0.1t},$$

where k is a positive constant. It is given that x = 20 at the start of the reaction.

(a)	Solve the differential equation, obtaining a relation between $x$ , $t$ and $k$ .	[5]
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••

				•••••
••••••	•••••	••••••		•••••••••••
				•••••
•••••	•••••	•••••		•••••
				•••••
•••••	•••••	•••••		••••••
	•••••		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when $t = 10$ , find t	he value of $k$ and find	the value approached	
	) when <i>t</i> = 10, find t	he value of k and find	the value approached	
large.			the value approached	[:
large.				
large.				
large.				[:
large.				

9



The diagram shows part of the curve  $y = (3 - x)e^{-\frac{1}{3}x}$  for  $x \ge 0$ , and its minimum point M.

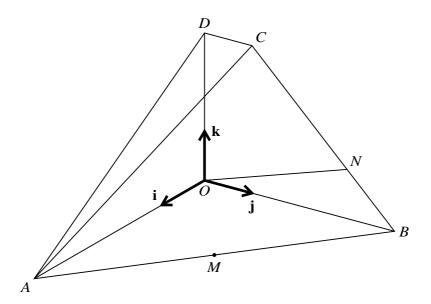
(a)	Find the exact coordinates of $M$ .	[5]
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••

terms of e.						[:
		••••••	••••••			
	•••••	•••••		•••••		
•••••			••••••			
	•••••			•••••		
•••••		••••••	•••••••••••	••••••		
		•••••	•••••••••	••••••		•••••••••
•••••		••••••	••••••••	•••••		•••••••••••
•••••		••••••		•••••	•••••	
			••••••	•••••		••••••••••
		••••••	•••••			

10	Let $f(x) =$	$2x^2 + 7x + 8$
10	Let $I(x)$ –	$\frac{1+x(2+x)^2}{(1+x)(2+x)^2}$

<b>1</b> )	Express $f(x)$ in partial fractions.	[5]

•••	•••••	•••••	•••••		•••••		•••••	••••		•••••	• • • • • • •	•••••	•••••	•••••		•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••
•••								•••••		•••••	• • • • • • •							•••••
•••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••
•••										•••••	•••••						• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	
•••	• • • • • • • •	•••••	•••••	• • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••		•••••	• • • • • • •	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • •	•••••	• • • • • • •	•••••
			•••••					•••••			•••••							
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	• • • • • • • •	•••••
											• • • • • • •							
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	• • • • • • • •	•••••
											• • • • • • •							
•••	• • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • •	•••••	• • • • • • •	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • •	•••••	• • • • • • • •	•••••
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • •	•••••
•••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••
•••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••
											• • • • • • •							
•••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••
•••											• • • • • • •						•••••	
•					,			.,						.,.•				
•••		•••••	•••••				•••••	••••		•••••	• • • • • • •			•••••			• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••



In the diagram, OABCD is a solid figure in which OA = OB = 4 units and OD = 3 units. The edge OD is vertical, DC is parallel to OB and DC = 1 unit. The base, OAB, is horizontal and angle  $AOB = 90^{\circ}$ . Unit vectors  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  and  $\mathbf{k}$  are parallel to OA, OB and OD respectively. The midpoint of AB is M and the point N on BC is such that CN = 2NB.

(a)	Express vectors $\overrightarrow{MD}$ and $\overrightarrow{ON}$ in terms of $\mathbf{i}$ , $\mathbf{j}$ and $\mathbf{k}$ .	[4]

	[3]
Show that the length of the perpendicular from $M$ to $ON$ is $\sqrt{\frac{22}{5}}$ .	[4]

### **Additional Page**

If you use the following lined page to complete the answer(s) to any question(s), the question number(s) must be clearly shown.

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

To avoid the issue of disclosure of answer-related information to candidates, all copyright acknowledgements are reproduced online in the Cambridge Assessment International Education Copyright Acknowledgements Booklet. This is produced for each series of examinations and is freely available to download at www.cambridgeinternational.org after the live examination series.

Cambridge Assessment International Education is part of Cambridge Assessment. Cambridge Assessment is the brand name of the University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is a department of the University of Cambridge.