

# Cambridge International AS & A Level

CANDIDATE NAME					
CENTRE NUMBER			CANDIDATE NUMBER		

\*735464775

MATHEMATICS 9709/33

Paper 3 Pure Mathematics 3

October/November 2023

1 hour 50 minutes

You must answer on the question paper.

You will need: List of formulae (MF19)

#### **INSTRUCTIONS**

- Answer all questions.
- Use a black or dark blue pen. You may use an HB pencil for any diagrams or graphs.
- Write your name, centre number and candidate number in the boxes at the top of the page.
- Write your answer to each question in the space provided.
- Do **not** use an erasable pen or correction fluid.
- Do not write on any bar codes.
- If additional space is needed, you should use the lined page at the end of this booklet; the question number or numbers must be clearly shown.
- You should use a calculator where appropriate.
- You must show all necessary working clearly; no marks will be given for unsupported answers from a calculator.
- Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place for angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

#### **INFORMATION**

- The total mark for this paper is 75.
- The number of marks for each question or part question is shown in brackets [ ].

## **BLANK PAGE**

Find the set of values of x satisfying the inequality $ 2^{x+1} - 2  < 0.5$ , giving your answer to 3 signifigures.

On an Argand diagram, shade the region whose points represent complex numbers z satisfying the inequalities  $|z - 1 + 2i| \le |z|$  and  $|z - 2| \le 1$ . [5]

ind the values of $a$ and $b$ .	[5]

x and y are real.						
				 •••••	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	•••••
		••••••		 •••••		•••••
		••••••		 		
				 •••••	••••••	
		•••••		 		•••••
	•••••	••••••		 •••••	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	•••••
		•••••		 •••••	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	•••••
		•••••		 •••••	••••••	
				 •••••		
••••••••••••	•••••			•••••		
•••••	•••••	•••••	•••••	 •••••		•••••
		•••••		 •••••	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	•••••
••••••	•••••	••••••		 		

	Find the exact coordinates of the stationary points of the curve $y =$	$\overline{1-x^2}$ .
•		
•		
•		
•		
•		
•		
•		
•		

4	
$4\sin^4\theta + 3\sin^2\theta - 1 = 0.$	[3]
	•••••

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
••••••
••••••

		10	
7	The	e equation of a curve is $x^3 + y^2 + 3x^2 + 3y = 4$ .	
	(a)	Show that $\frac{dy}{dx} = -\frac{3x^2 + 6x}{2y + 3}.$	[3]

•	
•	
•	
•	

<b>8</b> The variables x and y satisfy the differential equation
--

$$e^{4x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \cos^2 3y.$$

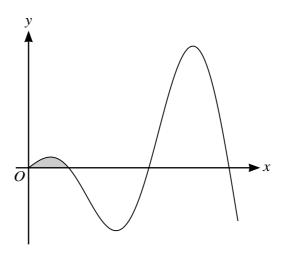
It is given that $y = 0$ when $x = 2$ .	
Solve the differential equation, obtaining an expression for $y$ in terms of $x$ .	[7]
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	••••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••

9	Let $f(x) = \frac{17x^2 - 7x + 16}{(2 + 3x^2)(2 - x)}$ .
,	Let $I(x) = \frac{1}{(2+3x^2)(2-x)}$ .

(a)	Express $f(x)$ in partial fractions.	[5]

															١
													••••		
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	••••••	••••••	••••••	••••••	••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••
			•••••		•••••		•••••		•••••	•••••	•••••		•••••		••••
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	••••••	••••••	••••••	••••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	••••••	••••
•••		•••••	•••••	••••••	•••••		•••••		•••••	•••••	••••••		•••••		••••
													•••••		
•••		•	•••••		•••••	•	•••••			•••••		•			••••
•••		•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	••••
•••		•••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••		••••
•••					•••••		•••••			•••••			•••••		••••
•••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••	••••••	••••
• • •				•••••	•••••					•••••			•••••		••••
•••	•	••••••	•••••	••••••	••••••	••••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••	••••••	••••
St	tate the	set of	values	of $x$ f	or whi	ich the	e expa	nsion	in <b>(b)</b>	is valid	d. Giv	e your	answe	r in an	ex
fo	orm.														
													• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		
•••		••••••	•••••	••••••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	••••••		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••
•••		•••••	•••••										•••••		•••

10



The diagram shows the curve  $y = x \cos 2x$ , for  $x \ge 0$ .

(a)	Find the equation of the tangent to the curve at the point where $x = \frac{1}{2}\pi$ . [4]

<i>x</i> -axis.						
••••••			••••••	•••••	 	•••••
•••••			•••••	•••••	 ••••••	•••••
•••••					 	
•••••		•••••	•••••	•••••	 ••••••	•••••
••••				••••		
••••••		,	•••••••	•••••	 •••••••••••	•••••
•••••	•••••		•••••	•••••	 ••••••	••••••

11 The line l has equation  $\mathbf{r} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k} + \lambda(-\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k})$ . The points A and B have position vectors

1)	Find a unit vector in the direction of $l$ .	[2
e	e line $m$ passes through the points $A$ and $B$ .	
	e line $m$ passes through the points $A$ and $B$ .	[2
	e line $m$ passes through the points $A$ and $B$ .  Find a vector equation for $m$ .	
	e line $m$ passes through the points $A$ and $B$ .  Find a vector equation for $m$ .	
	we line $m$ passes through the points $A$ and $B$ .  Find a vector equation for $m$ .	
	Find a vector equation for $m$ .	
	e line <i>m</i> passes through the points <i>A</i> and <i>B</i> .  Find a vector equation for <i>m</i> .	
	e line <i>m</i> passes through the points <i>A</i> and <i>B</i> .  Find a vector equation for <i>m</i> .	
	e line <i>m</i> passes through the points <i>A</i> and <i>B</i> .  Find a vector equation for <i>m</i> .	

 	•••••
 	•••••
	•••••
 	•••••
 	•••••
	•••••
	•••••

### **Additional Page**

If you use the following lined page to complete the answer(s) to any question(s), the question number(s must be clearly shown.

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

To avoid the issue of disclosure of answer-related information to candidates, all copyright acknowledgements are reproduced online in the Cambridge Assessment International Education Copyright Acknowledgements Booklet. This is produced for each series of examinations and is freely available to download at www.cambridgeinternational.org after the live examination series.

Cambridge Assessment International Education is part of Cambridge Assessment. Cambridge Assessment is the brand name of the University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is a department of the University of Cambridge.